**Министарство просвете Републике Србије**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**
**УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА**
**12.02.2011.**
**IV РАЗРЕД**

**1.** а) Израчунај број који је за 45568 већи од 109109.
б) Израчунај број који је за 60006 мањи од 100000.

**2.** Прецртај десет цифара у низу

2011201120112011

тако да шестоцифрени број који се састоји од преосталих цифара буде: а) највећи могући; б) најмањи могући.

**3.** Како од 16 датих палидрваца може да се направи фигура на којој може да се уочи 5 квадрата и 10 правоугаоника (који нису квадрати)?

**4.** На колико најмање, а на колико највише делова 4 праве (свака права сече круг) могу поделити круг?

**5.** Дешифруј сабирање (иста слова замени истом цифром, а различита различитим цифрама):

$$\begin{array}{r} AAA \\ +\ BB \\ \hline 4A2 \end{array}$$

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

**Министарство просвете Републике Србије**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**
**УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА**
**12.02.2011.**

**III РАЗРЕД**

**1.** Израчунај 209 + 211 – (208 + 210).

**2.** Попуни табелу уписујући бројеве уочених оштрих, правих и тупих углова на сваком од слова.

| | П | Е | Т | А | Р |
|---|---|---|---|---|---|
| оштри | | | / | | |
| прави | | | 2 | | |
| тупи | | | / | | |

**3.** Запиши све троцифрене бројеве који се пишу цифрама 5, 3 и 8 (цифре се могу понављати) а који су већи од 555.

**4.** Може ли се круг са 3 праве поделити на 5 делова? Ако може да се подели, нацртај како!

**5.** Танасије зна да ће му остати 46 динара ако купи 3 свеске, а да му за куповину 5 таквих свезака недостаје 90 динара. Колико динара кошта једна свеска?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

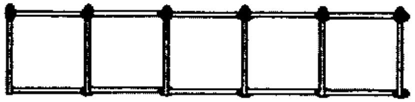
## РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

### IV РАЗЕД

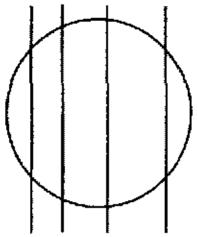
1. (**XLV, ML2**) а) 109109 – 45568 = 63541 (**10 бодова**);
   б) 100000 – 60006 = 39994 (**10 бодова**).

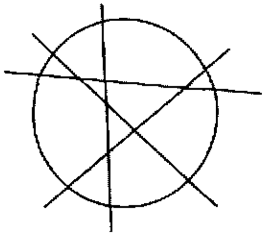
2. (**XLV, ML3**) а) 222211 (**10 бодова**); б) 100011 (**10 бодова**).

3. Решење је дато на слици (**20 бодова**).



4. Најмање на 5 делова (**10 бодова**), слика лево, а највише на 11 делова (**10 бодова**).





5. (**XLIV, ML2**) Лако се види да $A$ не може бити веће од 4 (**2 бода**). За $A = 4$, рачун није тачан, јер је тада први сабирак већи од збира (**2 бода**). Како је и $A > 2$, мора бити $A = 3$ (**8 бодова**). Тада је $B = 9$ (**8 бодова**).

**Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.**

## РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

### III РАЗЕД

1. 2 (**20 бодова**)

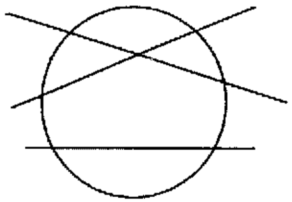
2. (**XLIV, ML2**)

| | П | Е | Т | А | Р |
|---|---|---|---|---|---|
| оштри | / | / | | 3 | / |
| прави | 2 | 4 | | / | 5 |
| тупи | / | / | | 2 | / |

Сваки тачно уписан број по **4 бода.** За уписан број код слова где нема тражених углова одузети **1 бод**.

3. (**XLV, ML1**) 558, 585, 588, 833, 835, 838, 853, 855, 858, 883, 885, 888. За написаних 8 или мање тачних бројева сваки бодовати са **2 бода**. Сваки следећи тачан одговор бодовати са **1 бодом**.

4. Може (**5 бодова**). Један пример дат је на слици. За тачно нацртану слику још **15 бодова**.



5. (**XLV, ML3**) Како за 2 = 5 – 3 свезака треба платити 136 = 46 + 90 (**10 бодова**) динара то за једну свеску треба дати 136 : 2 = 68 динара (**10 бодова**).

**Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.**

**Министарство просвете Републике Србије**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

## ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 12.02.2011.

## VI РАЗРЕД

1. Који број треба да стоји уместо $*$ да би једнакост била тачна
$(2006 + 2005 + 2004 + 2003) - (2010 + 2009 + 2008 + 2007) = 1999 - *$
била тачна?

2. Одреди углове троугла $ABC$ чији спољашњи угао $\beta_1$ је три пута већи од суседног унутрашњег угла, а два пута већи од једног несуседног унутрашњег угла троугла.

3. Дати су скупови $A = \{-5, -4, -2, 1, 3\}$ и $B = \{-3, -1, 0, 2\}$. Одреди елементе скупа $C = \{c \mid c = |a+b|, a \in A, b \in B\}$.

4. Мерни бројеви страница троугла (у cm) су природни бројеви. Ако је обим троугла 22cm и једна страница 11cm, колико центиметара могу имати друге две странице тог троугла?

5. Збир $k$ $(k>1)$ узастопних целих бројева је 9. Који су то бројеви? Колико решења има задатак?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

**Министарство просвете Републике Србије**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

## ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 12.02.2011.

## V РАЗРЕД

1. Израчунај $2011 - 1111 : 11 - 11011 : 11 + 110011 : 11$.

2. Скуп $A$ има 2009 елемената, скуп $B$ има 2010, а њихова унија има 2011 елемената. Колико елемената има њихов пресек?

3. Одреди угао који је суплементан са својом осмином?

4. Производ три узастопна парна броја је 960. Одреди њихов збир.

5. Милица је прве недеље прочитала $\frac{5}{7}$ књиге која има 840 страница. Друге недеље је прочитала $\frac{3}{4}$ остатка књиге. Колико јој је страница остало да прочита треће недеље и да стигне до краја књиге?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

### VI РАЗЕД

**1.** Како је (2006 + 2005 + 2004 + 2003) – (2010 + 2009 + 2008 + 2007) = –16, то је 1999 – * = –16 па је тражена вредност 2015 (**20 бодова**).

**2.** (**XLIII, ML1**) Како је $\beta_1 = 3\beta$ то је $\beta + 3\beta = 180°$ па је $\beta = 45°$ и $\beta_1 = 135°$ (**10 бодова**). Нека је $\beta_1 = 2\alpha$. Тада је $\alpha = 67°30'$. Дакле, углови троугла су 45°, 67°30′, 67°30′ (**10 бодова**).

**3.** (**XLIII, ML1**) Узимајући редом вредност за a и b из скупова $A$ и $B$, и рачунајући вредност израза $|a + b|$, добијамо елементе скупа $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. (Сваки тачно одређен елемент по **2 бода.** Тачно одређен цео скуп $C$ **20 бодова**)

**4.** (**XLIV, ML1**) Овакав троугао не постоји (**5 бодова**) јер је дата страница једнака збиру друге две, а мора бити мања (**15 бодова**).

**5.** (**XLV, ML3**) Јасно је да је 9 = 4 + 5 = 2 + 3 + 4. Дакле тражени бројеви су: 1°) 4, 5 (**4 бодова**); 2°) 2, 3, 4 (**4 бодова**). Међутим, како је збир два супротна броја 0, поред ова два постоје још 3 решења: 3°) –8, –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (**4 бода**); 4°) –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 (**4 бода**); 5°) –1, 0, 1, 2, 3, 4 (**4 бода**). Дакле, задатак има 5 решења.

**Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.**

## РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
### V РАЗЕД

**1.** 10910 (**20 бодова**).

**2.** (**XLV, ML1**) Како скуп A има 2009 елемената, а унија 2011, то значи да унија садржи 2 елемента која нису у A, то јест припадају само скупу B. Како скуп B садржи 2010 елемената и 2 елемента која су различита од елемената скупа A, то значи да су остали елементи заједнички па пресек садржи 2008 елемената (**20 бодова**).

**3.** (**XLV, ML2**) Ако осмину траженог угла означимо са $x$, тада је мера траженог угла $8x$. Како је угао суплементан са својом осмином имамо да је $x + 8x = 180°$ (**5 бодова**). Дакле, мера осмине угла је $x = 20°$, а тражени угао има 160° (**15 бодова**).

**4.** Како је $960 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 3) = 8 \cdot 10 \cdot 12$, то су тражени бројеви 8, 10 и 12 (**15 бодова**). Тражени збир је 30 (**5 бодова**).

**5.** (**XLV, ML2**) Милица је прве недеље прочитала $(840 : 7) \cdot 5 = 600$ страница (**6 бодова**). Дакле, након прве недеље остало јој је 240 страница. Друге недеље је прочитала $(240 : 4) \cdot 3 = 180$ страница (**8 бодова**). Па јој је за трећу недељу остало 240 – 180 = 60 страница (**6 бодова**).

**Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.**

**Министарство просвете Републике Србије**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**
**УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА**
**12.02.2011.**

## VIII РАЗРЕД

1. Странице једног троугла су 12cm, 24cm и 15cm. Израчунај странице њему сличног троугла ако је:
а) коефицијент сличности 3 : 4 (однос страница датог троугла у односу на странице сличног троугла);
б) најдужа страница њему сличног троугла 32cm;
ц) обим њему сличног троугла је 34cm;
д) разлика најдуже и најкраће странице њему сличног троугла 4,5cm.

2. Који број треба да стоји уместо ∗ да би квадрат био магичан?

| | | |
|---|---|---|
| ∗ | | |
| | 15 | 9 |
| | | 24 |

3. Вера је од жице дужине 64m направила квадар чије су 2 суседне ивице једнаке. Одреди дужине ивица квадра ако је Вера употребила сву жицу коју је имала.

4. Једна страница правоугаоника $ABCD$ је 6cm, а дијагонала је од друге странице дужа за 2cm. Израчунај обим и површину четвороугла $BB_1DD_1$ где су $B_1$ и $D_1$ пресеци нормала из темена $B$ и $D$, редом, са дијагоналом $AC$.

5. Израчунај $x$ ако је $\dfrac{x}{0{,}016:0{,}12+0{,}7}=\dfrac{6\frac{4}{25}:15\frac{2}{5}+0{,}8}{1{,}2:0{,}375-0{,}2}$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

**Министарство просвете Републике Србије**
**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

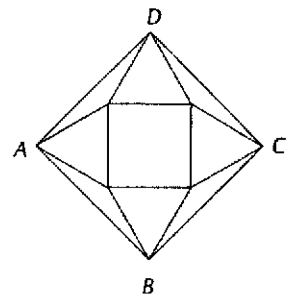
**ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**
**УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА**
**12.02.2011.**

## VII РАЗРЕД

1. Израчунај вредност израза $\left(-2\sqrt{3}\right)^2:\left(20\cdot\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)^2-(-2)^2\cdot\dfrac{\left(2\sqrt{2}\right)^2}{2}\right)$.

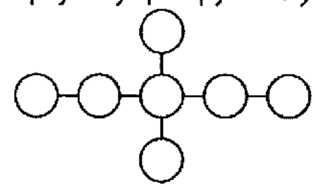
2. Одреди узајамно просте бројеве $x$ и $y$ такве да је
$$\frac{x}{y}=-0{,}20112011\ldots \quad \text{(2011 се понавља).}$$

3. Над страницама квадрата странице $a=4$cm конструисани су једнакостранични троуглови. Докажи да је четвороугао $ABCD$ квадрат. Види слику!




4. Реши једначину $\sqrt{x^2}=x+5$.

5. Прецртај слику на папир који ћеш предати! Попуни кружиће са слике бројевима $7, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5, 7^6, 7^7$ тако да збир последњих цифара бројева у пет кружића водоравно буде једнак са збиром последњих цифара бројева у три кружића усправно.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
## VIII РАЗЕД

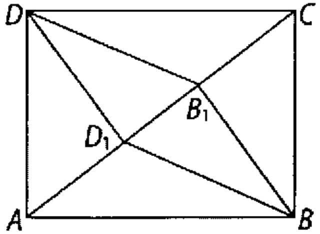
**1.** **(XLIII, ML5)** а) 16cm, 32cm, 20cm (**5 бодова**); б) 16cm, 32cm, 20cm (**5 бодова**); в) 8cm, 16cm, 10cm (**5 бодова**); г) 4,5cm; 9cm; 5,625cm (**5 бодова**).

**2.** Како квадрат мора бити магичан, то мора бити $a + 15 + b = a + 9 + 24$, тј. $15 + b = 9 + 24$, одакле је $b = 18$ (**10 бодова**). Са друге стране мора бити и $c + 15 + 9 = c + b + *$, тј. $15 + 9 = 18 + *$, па је $* = 6$ (**10 бодова**).

| | | |
|---|---|---|
| * | | $a$ |
| $c$ | 15 | 9 |
| $b$ | | 24 |

**3.** Ако две суседне, једнаке ивице, означимо са $a$, а трећу ивицу са $b$, онда је збир свих ивица овог квадра $8a + 4b = 64$, тј. $2a + b = 16$ (**6 бодова**). Одавде закључујемо да $a$ мора бити мање од 8, па заменом вредонсти од 1 до 7 имамо следеће могућности: $(a, b) \in \{(1,14), (2,12), (3,10), (4,8), (5,6), (6,4), (7,2)\}$ (сваки тачно наведен пар по **2 бода**).

**4.** **(XLV, ML2)** Како је $AD = 6$cm и $AC = AB + 2$, применом Питагорине теореме на троугао $ABC$ добијамо да је $AB = 8$cm и $AD = 10$cm (**3 бода**). Како је $BB_1$ висина на хипотенузу правоуглог троугла $ABC$ добијамо да је $BB_1 = 4{,}8$cm (**3 бода**). Применом Питагорине теореме на правоугли троугао $BB_1C$ добијамо да је $BB_1 = 3{,}6$cm (**2 бода**). Како су троуглови $BB_1C$ и $DD_1A$ подударни, то је $AD_1 = 3{,}6$cm. Дакле, $B_1D_1 = 2{,}8$cm (**2 бода**). Површина четвороугла $BB_1DD_1$ једнака је двострукој површини троугла $BB_1D_1$. Дакле, тражена површина је $13{,}44\text{cm}^2$ (**10 бодова**).




**5.** **(XLV, ML3)** $x = \frac{1}{3}$ (**20 бодова**).

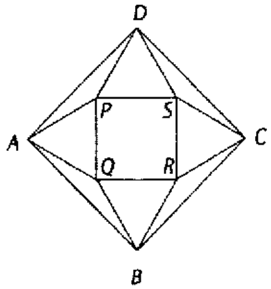
**Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.**

## РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
## VII РАЗЕД

**1.** **(XLV, ML1)** –1 (**20 бодова**).

**2.** Нека је $a = -0{,}20112011....$ Тада је $10000a = -2011{,}20112011...$ Сада је $10000a - a = -2011$, па је $9999a = -2011$, односно $a = -\frac{2011}{9999}$ (**10 бодова**). Како је 2011 прост број, то су бројеви 2011 и 9999 узајамно прости па су решења: $x = -2011$, $y = 9999$ (**5 бодова**) или $x = 2011$, $y = -9999$ (**5 бодова**).

**3.** **(XLV, ML2)** Означимо темена почетног квадрата са $P$, $Q$, $R$ и $S$. Сви унутрашњи углови конструисаних троуглова су једнаки и сви углови квадрата прави, то је $\measuredangle APD = \measuredangle DSC = \measuredangle CRB = \measuredangle BQA = 150°$ (**5 бодова**). Како је $AP = PD = DS = SC = CR = RB = BQ = QA$, па су и сви троуглови $APD$, $DSC$, $CRB$ и $BQA$ подударни и једнакокраки (једнаки по два пара страница и углови између тих страница) (**5 бодова**). Из подударности ових троуглова следи да су $AB = BC = CD = DA$ (**5 бодова**). Како су сви унутрашњи углови четвороугла $ABCD$ прави (састоје се од унутрашњег угла једнакостраничног троугла и два угла на основици једнакокраких троуглова од по 15°) то је тражени четвороугао квадрат (**5 бодова**).



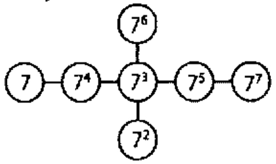

**4.** **(XLIV, ML1)** Полазна једначина је еквивалентна са $|x| = x + 5$ (**2 бода**). Дакле, разматраћемо случајеве када је $x \geq 0$ и $x < 0$. Ако је $x \geq 0$ тада је $|x| = x$ па полазна једначина има облик $x = x + 5$ и она нема решења (**8 бодова**). Ако је $x < 0$ тада је $|x| = -x$ и полазна једначина има облик $-x = x + 5$ одакле долазимо до решења $x = -2{,}5$ (**8 бодова**).

**5.** **(XLV, ML2)** Последње цифре бројева $7, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5, 7^6, 7^7$ су редом 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3. Број 1 не може бити у средини, јер је збир осталих бројева 38, што подељено са 2 даје 19, а 19 се не може добити као збир два броја из овог низа.

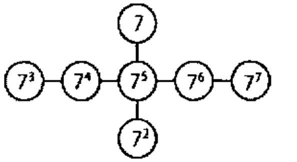
Ако је 3 у средини, збир осталих бројева је 36, а половина од тога је 18. Те бројеве можемо распоредити тако да су цифре 9 у вертикалном реду, а остале бројеве у водоравним кружићима. Постоје и друга попуњавања, ако се промене места бројева који се завршавају истом цифром. Таквом распореду бројева одговара решење на слици 1.

Ако је 7 у средини, збир преосталих бројева је 32. Пошто 7+9=16, та два броја стављамо вертикално, а остале бројеве водоравно. Таквом распореду бројева одговара решење на слици 2.

Ако би 9 било на средини, и усправно и водоравно би требало да остали бројеви дају збир 15, што није могуће.



Слика 1



Слика 2

Дати **20 бодова** за било које записано, тачно, решење.

**Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.**