Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 18.01.2019.

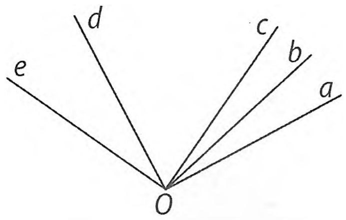
III РАЗРЕД

1. Од највећег троцифреног броја одузми збир највећег непарног броја треће стотине и најмањег парног броја пете стотине.

2. Марко је кренуо на пут дуг 730km који жели да пређе за три дана. Првог дана је прешао 240km, а другог дана 120km више него првог дана. Колико километара му је преостало да пређе трећег дана?

3. Поређај по величини следеће римске бројеве, од најмањег до највећег:
CVIII, DCCXVI, CCXXXIV, CMXLVII, LX, XL, XIX, D, CXII, CDXV.

4. Праве a и d на слици су међусобно нормалне, а такође и праве c и e. Запиши:
а) све оштре углове;
б) све тупе углове
који постоје на слици.



5. Запиши све непарне бројеве осме стотине чији је збир цифара једнак 19.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ53-2**) 999 – (299 + 402) [**10 бодова**] = 999 – 701 [**5 бодова**] = 298 [**5 бодова**].

2. (**МЛ53-2**) Другог дана је прешао 240km + 120km = 360km [**5 бодова**], а за прва два дана укупно 240km + 360km = 600km [**5 бодова**]. Преостало му је да пређе још 730km – 600km = 130km [**10 бодова**].

3. (**МЛ53-1**) XIX, XL, LX, CVIII, CXII, CCXXXIV, CDXV, D, DCCXVI, CMXLVII [Бодовање: помножити са 2 дужину најдужег низа бројева у којем је редослед тачан. На пример, ако је ученик навео бројеве следећим редоследом

D, XL, LX, XIX, CVIII, CXII, CCXXXIV, CDXV, DCCXVI, CMXLVII

онда има низ од 7 бројева у исправном поретку, па добија 14 бодова.]

4. а) оштри: $\measuredangle aOb$, $\measuredangle aOc$, $\measuredangle bOc$, $\measuredangle bOd$, $\measuredangle cOd$, $\measuredangle dOe$ [за сваки тачно наведени угао 2 бода, за нетачно наведени –1 бод, с тим да укупан број бодова у овом делу задатка не буде негативан];
б) тупи: $\measuredangle aOe$, $\measuredangle bOe$ [за сваки тачно наведени угао 4 бода, за нетачно наведени –2 бода, с тим да укупан број бодова у овом делу задатка не буде негативан].

5. Број 800 не задовољава услове задатка, па сви тражени бројеви имају цифру стотина једнаку 7, а збир преостале две цифре им је 12. Непарни бројеви који ове услове задовољавају су 739, 757, 775 и 793 [За сваки тачно наведени број 5 бодова; за сваки нетачно наведени број –3 бода, с тим да укупан збир бодова не буде негативан].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 18.01.2019.

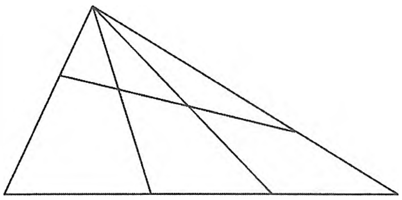
IV РАЗРЕД

1. Брат и сестра су се договорили да приложе своје џепарце у заједничку касицу, укупно 3456 динара. Ако сестра приложи 923 динара мање, а брат 487 динара више од договорене суме, колико ће новца бити у касици?

2. Прецртај на папир који ћеш предати дату таблицу, па у празна поља упиши бројеве тако да добијеш „магични квадрат“ (тј. да збирови у сваком реду, колони и дијагонали буду једнаки).

		16
13		
		28

3. Колико троуглова се може уочити на слици?



4. Допиши одговарајуће цифре тако да неједнакости буду тачне:
752894 < __ 5 __ __ 06 < 753000

5. Колико има природних бројева, таквих да је у њима свака цифра, почев од друге, двоструко већа од претходне? Напиши те бројеве.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

U ključu Društva matematičara za bodovanje prvog zadatka u IV razredu je greška. Tačan rezultat je 3020.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ53-1**) 3456 – 993 + 487 [**10 бодова**] = 2463 + 487 = 2950 [**10 бодова**].

2. [1 тачно уписан број 6 бодова, 2 – 12 бодова, 3 – 14 бодова, 4 – 16 бодова, 5 – 18 бодова, 6 – 20 бодова.]

34	43	16
13	31	49
46	19	28

3. (**МЛ53-2**) 12 [За одговор мањи од 7: 0 бодова; за 8-10: 10 бодова; за 11: 15 бодова; за 12: 20 бодова].

4. (**МЛ52-1**) 752894 < 752906 < 753000 [За једну тачно уписану цифру 5 бодова, за две: 10 бодова, за све три: 20 бодова].

5. Има их 7. То су: 12, 124, 1248, 24, 248, 36, 48 [За 1-2 нађена броја 4 бода; за 3 броја 6 бодова; за 4 броја 8 бодова; за 5 бројева 11 бодова; за 6 бројева 15 бодова; за свих 7 бројева 20 бодова].

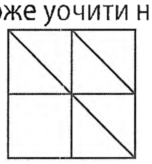
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 18.01.2019.

V РАЗРЕД

1. У једном одељењу сваки ученик учи бар по један страни језик, енглески или француски. Енглески језик учи 21 ученик. Француски језик учи њих 14, што је половина броја ученика тог одељења. Колико ученика учи оба језика?

2. а) Колико дужи се може уочити на слици?
   б) Колико троуглова се може уочити на слици?



3. Одреди све четвороцифрене природне бројеве којима су цифре јединица и хиљада једнаке 8 и који су дељиви са 4 и 9.

4. Дешифруј сабирање
   $$ТРИ + ТРИ = РЕМИ.$$
   Истим словима одговарају исте, а различитим различите цифре. Нађи сва решења.

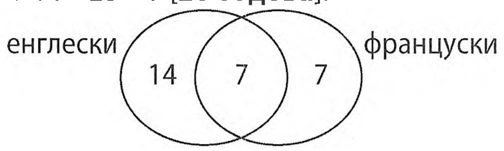
5. Ако дужину сваке ивице коцке повећамо за 1cm, њена површина се повећа за 138cm^2. Одреди запремину коцке пре повећања ивице.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ52-2**) 21 + 14 – 28 = 7 [**20 бодова**].

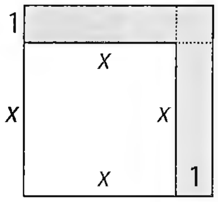


2. (**МЛ52-1**) а) 22 дужи [**10 бодова**]; б) 8 троуглова [**10 бодова**].

3. (**МЛ53-2**) Да би такав број био дељив са 4, цифра десетица мора бити парна, а да би био дељив са 9, збир цифара мора бити дељив са 9. То су бројеви: 8208, 8028, 8928, 8748, 8568, 8388 [За 1-2 тачно наведена броја: 5 бодова; за 3-4: 10 бодова; за 5: 15 бодова; за свих 6: 20 бодова; за сваки нетачно наведени број: –3 бода, с тим да укупан број бодова не буде негативан].

4. Лако се види да је $И = 0$ и $Р = 1$ [5 бодова]; сва решења су: 710 + 710 = 1420, 810 + 810 = 1620, 910 + 910 = 1820 (не може бити Т = 5 ни Т = 6, јер би се тада неке цифре понављале). [За свако тачно решење 5 бодова; за наведено нетачно –3 бода, с тим да укупан број бодова не буде негативан.]

5. Ако се са x означи дужина ивице коцке пре повећања, онда се повећањем ивице за 1cm површина једне стране коцке повећа за $(2x + 1)\text{cm}^2$ [**8 бодова**] (слика). По услову задатка то повећање износи $138\text{cm}^2 : 6 = 23\text{cm}^2$, па из $2x + 1 = 23$ добијамо да је $x = 11\text{cm}$ [**7 бодова**]. Запремина првобитне коцке је $(11\text{cm})^3 = 1331\text{cm}^3$ [**5 бодова**].



Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 18.01.2019.

VI РАЗРЕД

1. Нацртај дуж $AB = 5\text{cm}$, па конструиши тачку C која је од тачке A на растојању 3cm, а од тачке B на растојању 4cm. Затим конструиши тачку M која је на једнаким растојањима од тачака A, B и C.

2. Ако се троцифрени број x сабере са 13, збир је дељив са 13. Ако се од броја x одузме 17, разлика је дељива са 17. Ако се број x подели са 2, количник је паран број. Одреди број x.

3. Реши неједначину $2 \cdot x + 5 < 3$ ако је x цео број већи од -5.

4. Израчунај $\left|-1+\left|2-\left|-3+\left|4-5\right|\right|\right|\right|$.

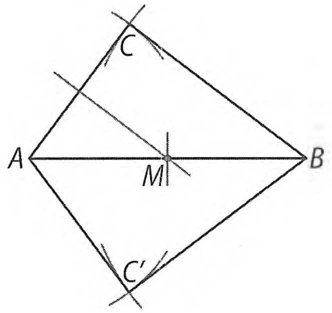
5. Осам ученика су играли брзопотезни шаховски турнир на коме је сваки играч играо са сваким од преосталих по 4 партије. Колико је укупно одиграно партија на овом турниру?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. **(МЛ52-5)** [За троугао ABC: 5 бодова (признати и ако је нацртан само један троугао); за тачку M, под условом да је (бар приближно) на дужи AB: 15 бодова.]



2. **(МЛ52-1)** Из прва два услова следи да је x дељив са 13 и 17 [**10 бодова**], а из трећег да је дељив са 4 [**5 бодова**]. Једини троцифрени број са тим особинама је $x = 13 \cdot 17 \cdot 4 = 884$ [**5 бодова**].

3. **(МЛ52-5)** $2 \cdot x < -2$, $x < -1$ [**10 бодова**], па из $x > -5$ следи да су решења -4, -3 и -2 [**10 бодова**].

4. $\left|-1+\left|2-\left|-3+\left|4-5\right|\right|\right|\right| = \left|-1+\left|2-\left|-3+1\right|\right|\right| = \left|-1+\left|2-2\right|\right| = \left|-1\right| = 1$
[**20 бодова**].

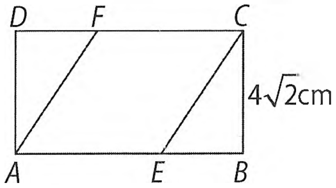
5. Сваки од 8 учесника је у сваком колу играо 7 партија, па је у једном колу одиграно $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ партија (производ $8 \cdot 7$ дели се са два, јер би се иначе свака партија бројала двапут) [**15 бодова**]. У четири кола је одиграно $28 \cdot 4 = 112$ партија [**5 бодова**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 18.01.2019.

VII РАЗРЕД

1. Израчунај површину правоугаоника ABCD, приказаног на слици, ако је AECF ромб чија је површина $24\sqrt{2}\text{cm}^2$.



2. Нека је M средиште хипотенузе AB правоуглог троугла ABC. Ако су обими троуглова ABC, AMC и BMC, редом, једнаки 80cm, 50cm и 64cm, израчунај површину троугла ABC.

3. Израчунај вредност израза $5\cdot\left(\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}-\sqrt{0{,}16}\right):\frac{(\sqrt{5})^2}{3}$.

4. Користећи сваку од цифара тачно једанпут, састави највећи и најмањи десетоцифрени број који је дељив са 180.

5. Милашин је провео 9 дана на пијаци продајући лубенице. Сваког дана, почев од другог, продавао је по једну лубеницу више него претходног дана. У првих пет дана продао је исто толико лубеница колико и у последња четири дана. Колико је укупно Милашин продао лубеница за тих 9 дана?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ53-1**) Из $24\sqrt{2} = AE \cdot 4\sqrt{2}$ добија се да је страница $AE = EC =$ 6cm [**7 бодова**]. Из правоуглог троугла EBC је $EB^2 + (4\sqrt{2})^2 = 6^2$, одакле је $EB = 2$cm [**7 бодова**]. Сада је $AB = AE + EB = 8$cm, па је површина правоугаоника $AB \cdot BC = 32\sqrt{2}\text{cm}^2$ [**6 бодова**].

2. (**МЛ52-5**) Означимо са a и b дужине катета, а са c дужину хипотенузе. Како је $MC = MA = MB = \frac{c}{2}$, то из датих података следи да је: $a + b + c = 80$cm, $b + c = 50$cm и $a + c = 64$cm [**10 бодова**]. Даље се лако добија да је $a = 30$cm, $b = 16$cm [**5 бодова**], па је површина троугла ABC једнака 240cm^2 [**5 бодова**].

3. (**МЛ52-1**) $5\cdot\left(\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} - \sqrt{0,16}\right) : \frac{(\sqrt{5})^2}{3} = 5\cdot\left(\frac{1}{5} - 0,4\right) : \frac{5}{3}$ [**7 бодова**]

$= 5\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{3}{5}$ [**7 бодова**] $= (-1)\cdot\frac{3}{5} = -\frac{3}{5}$ [**6 бодова**].

4. Сваки десетоцифрени број састављен од различитих цифара је дељив са 9 (јер му је збир цифара једнак 45). Да би био дељив са 10, последња цифра мора бити 0, а да би био дељив и са 20, претпоследња цифра мора бити парна. Највећи такав број је 9876543120 [**10 бодова**], а најмањи 1234567980 [**10 бодова**].

5. Означимо са n број продатих лубеница првог дана. У првих 5 дана је продато $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10$, а у последња 4 дана $(n + 5) + (n + 6) + (n + 7) + (n + 8) = 4n + 26$ лубеница [**7 бодова**]. Према услову задатка, из $5n + 10 = 4n + 26$ се добија да је $n = 16$ [**7 бодова**]. Укупан број продатих лубеница је $16 + 17 + ... + 24 = 180$ [**6 бодова**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 18.01.2019.

VIII РАЗРЕД

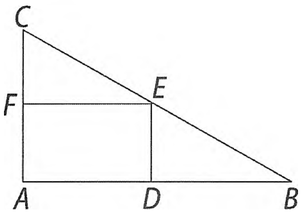
1. Одреди збир свих простих природних бројева x који задовољавају неједначину

$$\left|\frac{x-1}{2}-\frac{5}{2}\right|<3.$$

2. Одреди скуп заједничких решења неједначина:

$$3x-5\leq 4x-\frac{3x-1}{2} \quad \text{и} \quad (x-2)^2\leq (x+4)^2.$$

3. У правоуглом троуглу ABC уписан је правоугаоник $ADEF$, као што је приказано на слици. Ако је $AD = 9$cm, $DE = 6$cm и $AC = 10$cm, израчунај површину троугла ABC.



4. Милашин је провео 9 дана на пијаци продајући лубенице. Сваког дана, почев од другог, продавао је по једну лубеницу више него претходног дана. У првих пет дана продао је исто толико лубеница колико и у последња четири дана. Колико је укупно Милашин продао лубеница за тих 9 дана?

5. У круг површине 100π cm^2 уписан је троугао чије се странице односе као 5 : 12 : 13. Одреди површину тог троугла.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ53-1) Дата неједначина је редом еквивалентна са

$$\frac{5}{2}-3<\frac{x-1}{2}<\frac{5}{2}+3,\quad -\frac{1}{2}<\frac{x-1}{2}<\frac{11}{2},\quad -1<x-1<11,\quad 0<x<12$$

[**12 бодова**]. Прости бројеви који задовољавају последњи услов су 2, 3, 5, 7 и 11, а њихов збир је 28 [**8 бодова**].

2. (МЛ52-1) Решења прве неједначине су одређена са $x \leq 11$ [**8 бодова**], а друге са $x \geq -1$ [**8 бодова**]. Тражени скуп је

$$\{x \in R \mid -1 \leq x \leq 11\}$$ [**4 бода**].

3. (МЛ52-5) Катете правоуглог троугла *FEC* су 4cm и 9cm, а једна катета њему сличног троугла *DBE* је 6cm, па се из 4cm : 9cm = 6cm : *DB* добија да је $DB=\frac{9\cdot 6}{4}\text{cm}=\frac{27}{2}\text{cm}$ [**15 бодова**]. Катете датог троугла су 10cm и $\left(9+\frac{27}{2}\right)\text{cm}=\frac{45}{2}\text{cm}$, па је његова површина

$$\frac{1}{2}\cdot 10\text{cm}\cdot\frac{45}{2}\text{cm}=\frac{225}{2}\text{cm}^2$$ [**5 бодова**].

4. Означимо са n број продатих лубеница првог дана. У првих 5 дана је продато $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10$, а у последња 4 дана $(n + 5) + (n + 6) + (n + 7) + (n + 8) = 4n + 26$ лубеница [**7 бодова**]. Према услову задатка, из $5n + 10 = 4n + 26$ се добија да је $n = 16$ [**7 бодова**]. Укупан број продатих лубеница је $16 + 17 + ... + 24 = 180$ [**6 бодова**].

5. Троугао чије се странице односе као 5 : 12 : 13 је правоугли, па се центар његовог описаног круга (чији је полупречник 10cm) налази у средишту хипотенузе. Дакле, хипотенуза троугла има дужину 20cm [**8 бодова**]. Ако катете означимо са x и y, имамо да је $5 : 13 = x : 20$ и $12 : 13 = y : 20$, па су дужине катета $x=\frac{100}{13}\text{cm}$ и $y=\frac{240}{13}\text{cm}$ [**8 бодова**], а површина троугла је $\frac{1}{2}\cdot\frac{100}{13}\cdot\frac{240}{13}\text{cm}^2=\frac{12000}{169}\text{cm}^2$ [**4 бода**].